Educação Financeira

EAD - Formação Continuada IBS

Instituto BRASIL SOLIDÁRIO

- Fascículo 6 -

PDE Programa de Desenvolvimento da Educação

Curso Alfabetização e Letramento Matemático

Números racionais na forma fracionária e decimal

- Associar frações a situações do cotidiano
- Reconhecer a presença dos números decimais no cotidiano
- Relacionar números decimais e frações;
- Situações-problema com frações e números decimais e muito mais!

> *O abandono da Matemática traz dano a todo o conhecimento, pois aquele que a ignora não pode conhecer as outras ciências ou as coisas do mundo.*
>
> Roger Bacon

6. Números racionais na forma fracionária e decimal

Olá, professores e professoras! Sejam bem-vindos a mais um fascículo do curso *Alfabetização e Letramento Matemático*. Chegou o momento de tratar dos números racionais, mais especificamente do registro deles na forma fracionária e decimal.

Por conta de um complexo processo escolar vivido por muitos de nós professores, essa é uma área de estudo no campo dos *Números* que não desperta interesse ou boas recordações, infelizmente. Contudo, é fundamental compreendermos tais ideias, operações a serem realizadas com esse campo numérico, explorando de forma mais significativa o universo dos números racionais, tendo em vista sua importância na vida das pessoas, presente socialmente mesmo quando muitos viram as costas para esse tipo de representação numérica.

Com o objetivo de desconstruir essa impressão ruim e de trazer luz a estes conceitos, falaremos sobre como esse trabalho pode ser desenvolvido em sala de aula com nossos estudantes de Anos Iniciais do Ensino Fundamental, contando também com o auxílio dos jogos para isso. Vamos aos estudos!

6.1. Da origem à prática cotidiana

O uso de frações na vida em sociedade parece não ser tão intenso assim, até porque os números decimais se configuram como a representação mais usual para os números racionais. Mas a necessidade de trabalhar com medidas mais precisas e partes que realmente fossem justas para essas partições, acabaram demandando que os números inteiros fossem divididos. No Egito Antigo, as discussões sobre demarcações de terras após as cheias do rio Nilo são uma ótima reflexão para mostrar como a necessidade de estabelecer medidas precisas acabam por mostrar a necessidade de criar novas representações numéricas: as frações.

Clique aqui para assistir ao vídeo sobre a origem das frações!

No processo de aprendizagem indicado pela *Base Nacional Comum Curricular*, as frações começam a ser exploradas ainda no 4° ano do Ensino Fundamental, com outras habilidades no campo numérico envolvendo os racionais também no 5° ano. Vamos observar como essa progressão está prevista pela *BNCC* com as habilidades listadas a seguir.

4° ano

(EF04MA09) Reconhecer as frações unitárias mais usuais (1/2, 1/3, 1/4, 1/5, 1/10 e 1/100) como unidades de medida menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica como recurso.

(EF04MA10) Reconhecer que as regras do sistema de numeração decimal podem ser estendidas para a representação decimal de um número racional e relacionar décimos e centésimos com a representação do sistema monetário brasileiro.

5º ano

(EF05MA02) Ler, escrever e ordenar números racionais na forma decimal com compreensão das principais características do sistema de numeração decimal, utilizando, como recursos, a composição e decomposição e a reta numérica.

(EF05MA03) Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso.

(EF05MA04) Identificar frações equivalentes.

(EF05MA05) Comparar e ordenar números racionais positivos (representações fracionária e decimal), relacionando-os a pontos na reta numérica.

(EF05MA06) Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente à décima parte, quarta parte, metade, três quartos e um inteiro, para calcular porcentagens, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de Educação Financeira, entre outros.

Note que as habilidades indicadas para o 4º ano anunciam o trabalho com frações unitárias e, entre elas, estão as frações de 1 décimo e 1 centésimo. Essas duas frações são o primeiro passo para que os estudantes possam compreender como funciona a organização dos números decimais em suas ordens (décimos e centésimos). O diálogo com o sistema monetário enquanto contexto para compreensão dessas frações também já é sinalizado desde o início. No 5º ano o trabalho com os racionais se aprofunda, tanto nas representações fracionária e decimal, quanto na introdução da porcentagem enquanto outro contexto para o estudo dos números racionais.

Vale destacar também que, na prática, o processo operatório com as frações não é tão simples assim. Ou o estudante explora esse contexto por meio de frações equivalentes, ou só chegando aos Anos Finais do Ensino Fundamental que outras estratégias de cálculo irão surgir, com a compreensão do conceito de mínimo múltiplo comum (o **m.m.c.**). Desse modo, a busca por uma representação que facilitasse tanto a medição quanto às operações com tais números fracionários, acabaram levando a sociedade a desenvolver uma representação que fosse próxima do sistema de numeração decimal, mas que não prejudicasse a compreensão dos indivíduos. Surge, assim, a representação decimal, que nada mais é do que uma outra maneira de escrever as frações decimais.

$\frac{3}{10} = 0{,}3 \longrightarrow$ 3 décimos

$\frac{5}{100} = 0{,}05 \longrightarrow$ 5 centésimos

$6{,}35 \longrightarrow$ 6 inteiros e 35 centésimos

Com o avanço comercial na história da humanidade e a facilidade em representar os valores das moedas na forma decimal, o uso das frações enquanto escrita de numerador sobre denominador acabou sendo deixado de lado para as relações sociais. Porém, a compreensão da representação decimal só acontece quando sua origem, ou seja, as frações decimais, são estudadas com mais propriedade. E, para estudar esse tipo de fração, é preciso compreender as diferentes ideias das frações, que é o tema do próximo tópico deste fascículo.

$\frac{3}{5}$ $\rightarrow$ numerador / denominador

$3 \rightarrow$ numerador

$5 \rightarrow$ denominador

NUMERADOR: indica o número de partes; enumera.

DENOMINADOR: aquele que denomina, que dá nome.

A leitura desta fração fica sendo ***três quintos***.

O documento da *BNCC* indica, inclusive, que o estudo das operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão) a partir do 5º ano, ganhe discussões que incluam também os números racionais para a representação decimal finita (ou seja, sem incluir dízimas periódicas, conceito estudado apenas nos Anos Finais).

5º ano

(EF05MA07) Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

(EF05MA08) Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

Vamos refletir sobre isso de acordo com o contexto em que estes números racionais estão inseridos no próximo tópico.

6.2. Os significados de fração

A grande dificuldade no trabalho com os números racionais está no fato de que pouco é discutido sobre o significado destes números, que nascem todos do significado das frações. Vamos ver agora quais são estes significados e como podemos trabalhar com eles em sala de aula.

6.2.1. Significado de parte-todo

Para compreender este significado, existem muitos aspectos a serem analisados. A referência principal para compreender as partes de um todo está na natureza desse todo, que pode ser contínuo ou discreto. Vamos compreender isso com o auxílio das **cartas-produto** do jogo *Pique-nique* e do sistema monetário.

Se pensarmos em $\frac{1}{4}$ de um conjunto **de 20 cartas-produto**, teremos **5 cartas**. O conjunto de cartas é enumerado, é um todo discreto. Nesse caso, não seria possível obter $\frac{1}{6}$ da quantidade de cartas, já que 20 cartas não é divisível por 6.

Agora imagine, por exemplo, um bolo de cenoura do qual vamos retirar $\frac{1}{4}$ para vender ao preço de **R$ 8,00**. Independente do tamanho do bolo, será possível retirar $\frac{1}{4}$ dele para a venda, **o que não é possível de ser feito com a quantidade de cartas do exemplo anterior**.

6.2.2. Significado de medida

A ideia de medida, assim como estudado na operação de divisão, carrega consigo o significado de "quanto cabe". Desse modo, o denominador da fração é tomado como unidade de medida.

> *Essa ideia está fortemente associada ao tratamento de grandezas contínuas, que não podem ser contadas, mas comparadas com um padrão previamente estabelecido, ou seja, uma unidade de comparação.*
>
> CAMPOS & RODRIGUES, in.: CÂNDIDO, 2020, p.129

Essa compreensão permite a comparação entre frações, incluindo a fração enquanto representação na reta numérica. Por exemplo, vamos imaginar que o trajeto completo do jogo *Pique-nique*, até a chegada, seja de **1 km** e que você já tenha andado $\frac{1}{4}$ **do trajeto**. Pensando na reta numérica, esse número pode ser representado com a indicação de **0,25 km**.

6.2.3. Significado de quociente

Quando temos, na divisão, a ideia de repartir, o resultado pode ser expresso por uma fração. É exatamente nesse contexto que ela carrega consigo a ideia de quociente de uma divisão. Por exemplo: o resultado da divisão de **1 por 4** é $\frac{1}{4}$, que é **igual a 0,25**, ou $\frac{25}{100}$. Se pensarmos no uso do *Piquenique* nessa situação, podemos pensar em uma moeda de 1 *américa* do jogo sendo dividida para 4 pessoas, resultando em 0,25 *américa* para cada um. Como não há moedas de centavos de *américa* no *Piquenique*, é possível que os estudantes trabalhem com a criação de novas moedas para usar na partida, incluindo a proposta de novas cartas-produto, com preços que incluam a representação decimal.

É exatamente a relação entre a forma fracionária e a forma decimal de representação que permite uma melhor localização dos números racionais na reta numérica, mesmo que eles sejam dízimas periódicas.

Para saber mais sobre dízimas periódicas, clique nos botões abaixo para assistir a dois vídeos sobre o assunto!

6.2.4. Significado de operador multiplicativo

Entender esse significado nos garante uma compreensão quanto às operações de multiplicação a serem feitas com números menores que um inteiro. Por exemplo, ao multiplicarmos um número por $\frac{2}{5}$, significa que estamos multiplicando o número por **2 vezes** o seu valor original, mas que este produto terá seu valor **diminuído em 5 vezes** (divisão). Como há um **aumento de 2 vezes e uma diminuição de 5**, o resultado da operação em si será **menor**.

Se pensarmos no uso das cartas-produto do *Piquenique* como referência, podemos indicar, por exemplo, uma situação-problema:

Carol comprou uma barra de chocolate de 300g para o *Piquenique*, mas comeu apenas $\frac{2}{3}$ da barra. Quantos gramas do chocolate Carol comeu?

6.2.5. Significado de razão

Nos contextos sociais, a ideia de fração enquanto razão é uma das representações mais usuais, por expressar a comparação entre duas grandezas. A indicação de velocidade, por exemplo, é a razão entre a distância percorrida pelo tempo gasto no percurso, com unidades de medida que indicam exatamente isso (km/h ou m/s). Outro exemplo interessante para esse tipo de representação está no uso de escalas, principalmente na indicação de mapas ou de reproduções de objetos em miniaturas.

Vamos pensar novamente no contexto do *Piquenique* para tais discussões, partindo de um exemplo:

Luis e Augusto levaram 1h para jogar 6 partidas do *Piquenique*. Qual foi o tempo médio por partida que Luis e Augusto gastaram?

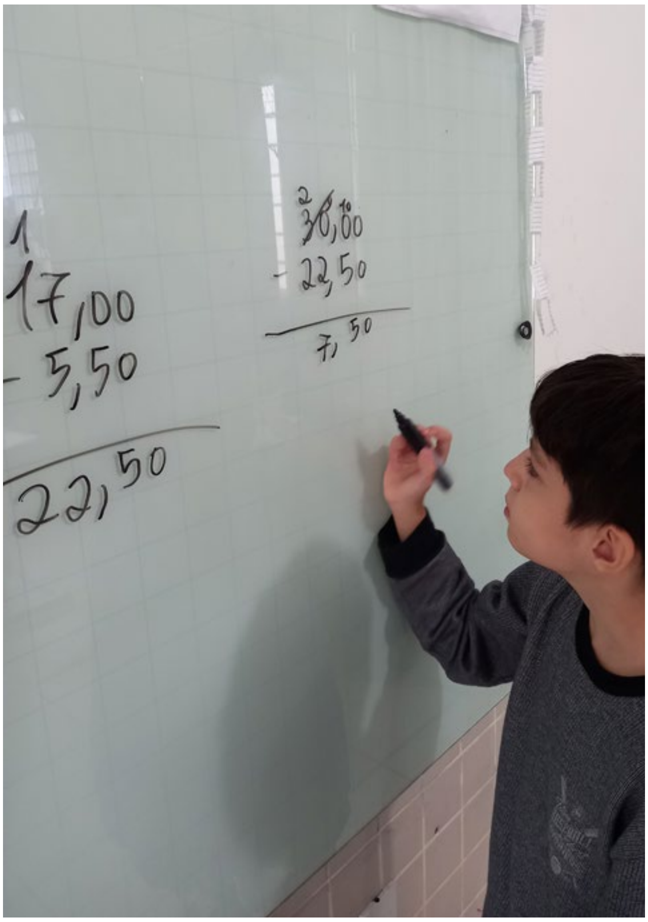
6 partidas em 1 hora = $\frac{1}{6}$ **h por partida**

6.3. Representação decimal e os processos operatórios

Como afirmado anteriormente neste fascículo, a compreensão sobre os números decimais é favorecida quando há um paralelo com o campo de *Grandezas e Medidas*. Assim, quando voltamos nosso olhar para a Educação Financeira, o sistema monetário se configura como um desses contextos frutíferos. As relações entre os centésimos e os centavos se tornam interessantes para compreender as representações decimais.

0,25 são **2 décimos e 5 centésimos**, ou simplesmente **25 centésimos**

R$ 0,25 correspondem a **25 centavos** (25 centésimos de real)



O mesmo vale para situações relacionadas ao campo da Educação Financeira enquanto suporte para compreender os processos operatórios. Operações de adição e subtração de valores, com situações de compra de produtos (como experimentamos no jogo *Piquenique*), com a necessidade de troco ou não, podem ser ampliadas para o uso dos números decimais com a indicação de preços que incluam os centavos e que possam proporcionar operações significativas para a turma. É possível nos apoiarmos em outras situações que envolvam medidas, dependendo do contexto estudado pela turma. Vamos a um exemplo:

Um comerciante vende garrafas de água mineral a R$ 3,60 cada uma, além de salgados de diversos sabores a R$ 6,50 cada. Quanto pagaria uma pessoa que comprasse uma água e um salgado com esse comerciante?

$$
\begin{array}{rcccc}
 & D & U & d & c \\
 & 1 & ^{1}3, & 6 & 0 \\
+ & & 6, & 5 & 0 \\
\hline
 & 1 & 0, & 1 & 0
\end{array}
$$

R$ 3,60 + R$ 6,50 = R$ 10,10

Com a subtração também podemos aproveitar o contexto para a discussão em sala de aula, inclusive simulando relações comerciais. Confira o problema a seguir!

Agora, vamos pensar em uma pessoa que vai pagar essa conta com uma cédula de 10 reais e outra de 2 reais. Quanto ela receberá de troco?

$$\begin{array}{rrcrr} D & U & & d & c \\ 1 & {}^{1}\cancel{2} & , & {}^{1}0 & 0 \\ - \; 1 & 0 & , & 1 & 0 \\ \hline 0 & 1 & , & 9 & 0 \end{array}$$

R$ 12,00 - R$ 10,10 = R$ 1,90

A indicação do quadro valor-lugar para a representação do processo operatório com os Anos Iniciais do Ensino Fundamental garante uma melhor compreensão de que o trabalho com números decimais nada mais é do que uma ampliação do que já era feito com os números naturais. As situações de multiplicação e divisão também precisam desse suporte com a indicação do quadro, mas lembrando que a proposta no 5º ano, segundo a *BNCC*, é de situações-problema que envolvam multiplicadores e divisores naturais. Por exemplo:

O mesmo comerciante que vende garrafas de água mineral a R$ 3,60 cada, fez uma venda de 7 garrafas. Quanto ele deve receber por essa venda?

$$\begin{array}{rrcrr} D & U & & d & c \\ & {}^{4} & & & \\ {\color{red}2} & 3 & , & 6 & 0 \\ \times & & & & 7 \\ \hline 2 & 5 & , & 2 & 0 \end{array}$$

7 x R$ 3,60 = R$ 25,20

O que também é possível de ser feito em situações de divisão.

Um cliente de uma pastelaria pagou R$32,70 por 3 pastéis de queijo. Quanto custa cada pastel?

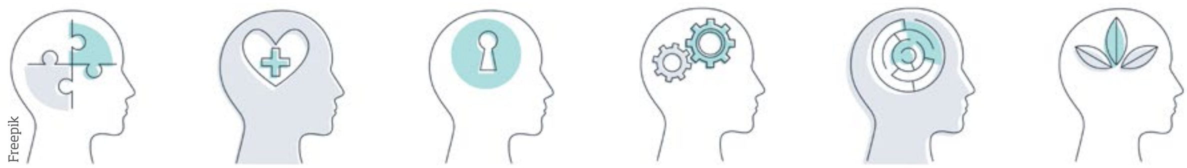
$$\begin{array}{rrcrr|l} D & U & & d & c & \\ 3 & 2 & , & 7 & 0 & \;3 \\ \cline{6-6} -\,3 & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & D\;U\;\;d\;\;c \\ \cline{1-1} 0 & 2 & & 7 & & 10,90 \\ & -\,2 & & 7 & & \\ \cline{2-4} & 0 & & 0 & 0 & \end{array}$$

7 x R$ 3,60 = R$ 25,20

Precisamos destacar também que o uso de materiais estruturados pode ser de grande auxílio, caso os estudantes ainda tenham dificuldade para compreender as trocas no sistema de numeração decimal quando trabalhamos com números racionais na forma decimal. Usar o **material dourado** ou o **ábaco de pinos** como suporte para isso pode ser de grande ajuda. Como destacado anteriormente, ampliar o trabalho com o jogo *Piquenique* criando novas moedas e novas cartas-produto para o trabalho com valores em *américas* que indiquem centavos, pode funcionar como uma ferramenta interessante e contextualizada no trabalho com os decimais.

Esperamos que, a partir das discussões levantadas neste curso, você consiga aprimorar suas práticas em sala de aula, visando o desenvolvimento das habilidades dos estudantes relacionadas às operações de adição e subtração, de acordo com o currículo seguido por sua rede, sem deixar de lado as necessidades apresentadas pelos alunos. Afinal, eles são nosso grande objetivo de trabalho!

Até breve!



Referências bibliográficas

BOALER, Jo. *Mentalidades matemáticas*. Tradução de Daniel Bueno. Porto Alegre: Penso, 2018.

BOYER, Carl B. *História da Matemática*. São Paulo: editora Blucher 1974.

BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/a-base. Acesso em: 23 jun. 2023.

CÂNDIDO, Patrícia Terezinha. *O ensino das quatro operações aritméticas a serviço de uma matemática com significado: módulo II*. São Paulo: Interação Urbana, 2020.

COLL, César; TEBEROSKY, Ana. *Aprendendo Matemática: conteúdos essenciais para o Ensino Fundamental de 1ª a 4ª série*. São Paulo: Ática, 2006.

EVES, Howard. *Introdução a História da Matemática*. Campinas: Editora da UNICAMP, 2004.

HUMPHREYS, Cathy; PARKER, Ruth (autor). *Conversas numéricas: estratégias de cálculo mental para uma compreensão profunda da matemática*. Porto Alegre: Grupo A, 2019.

KAMII, Constance; DECLARK, Georgia. *Reinventando a aritmética: implicações da teoria de Piaget*. Campinas: Papirus, 1994.

POLYA, G. *A arte de resolver problemas*. Trad. Heitor L. de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

PANIZZA, Mabel (org.). *Ensinar Matemática na Educação Infantil e nas séries iniciais: análise e propostas*. Tradução: Antonio Feltrin. Porto Alegre: Artmed, 2006.

VAN DE WALLE, J. A. *Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula*. Porto Alegre: Artmed, 2009.

Instituto
BRASIL
SOLIDÁRIO

INSTITUTO BRASIL SOLIDÁRIO - IBS
www.brasilsolidario.org.br